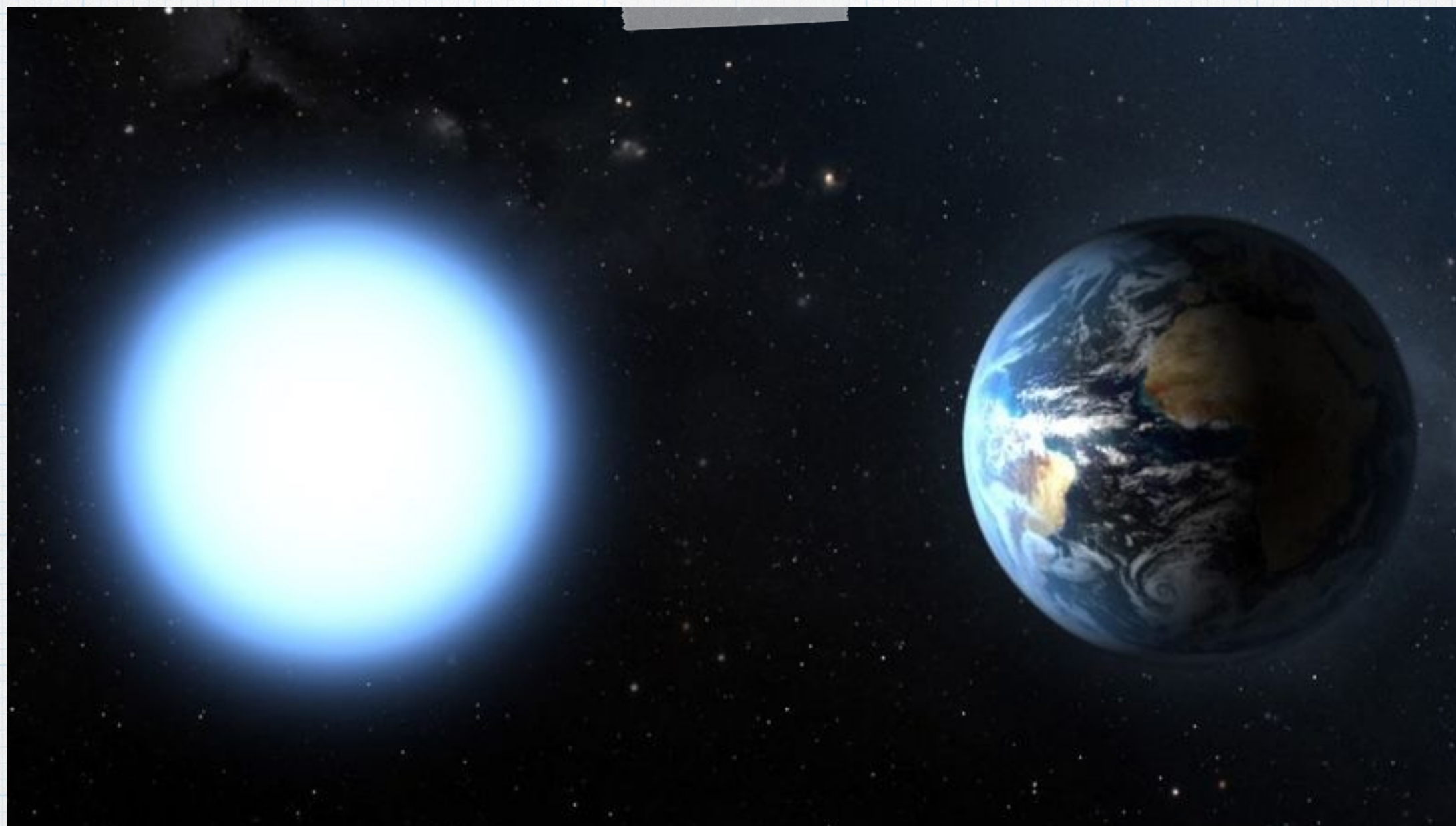


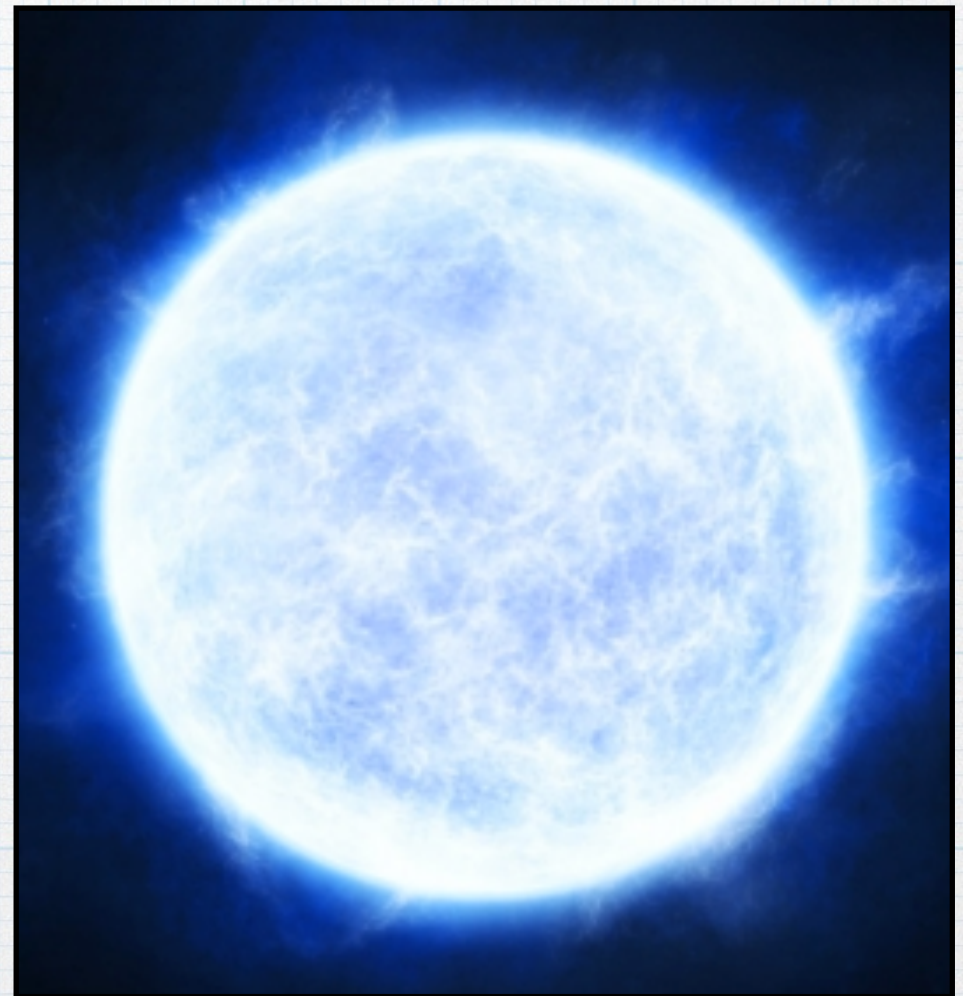


Anãs Brancas: As Sobras Degeneradas de Estrelas

Elvis Soares

Sumário

- * Fatos Históricos e um pouco de Astronomia
- * Elétrons e Degenerescência
- * Limite de Chandrasekhar
- * Supernova Tipo Ia

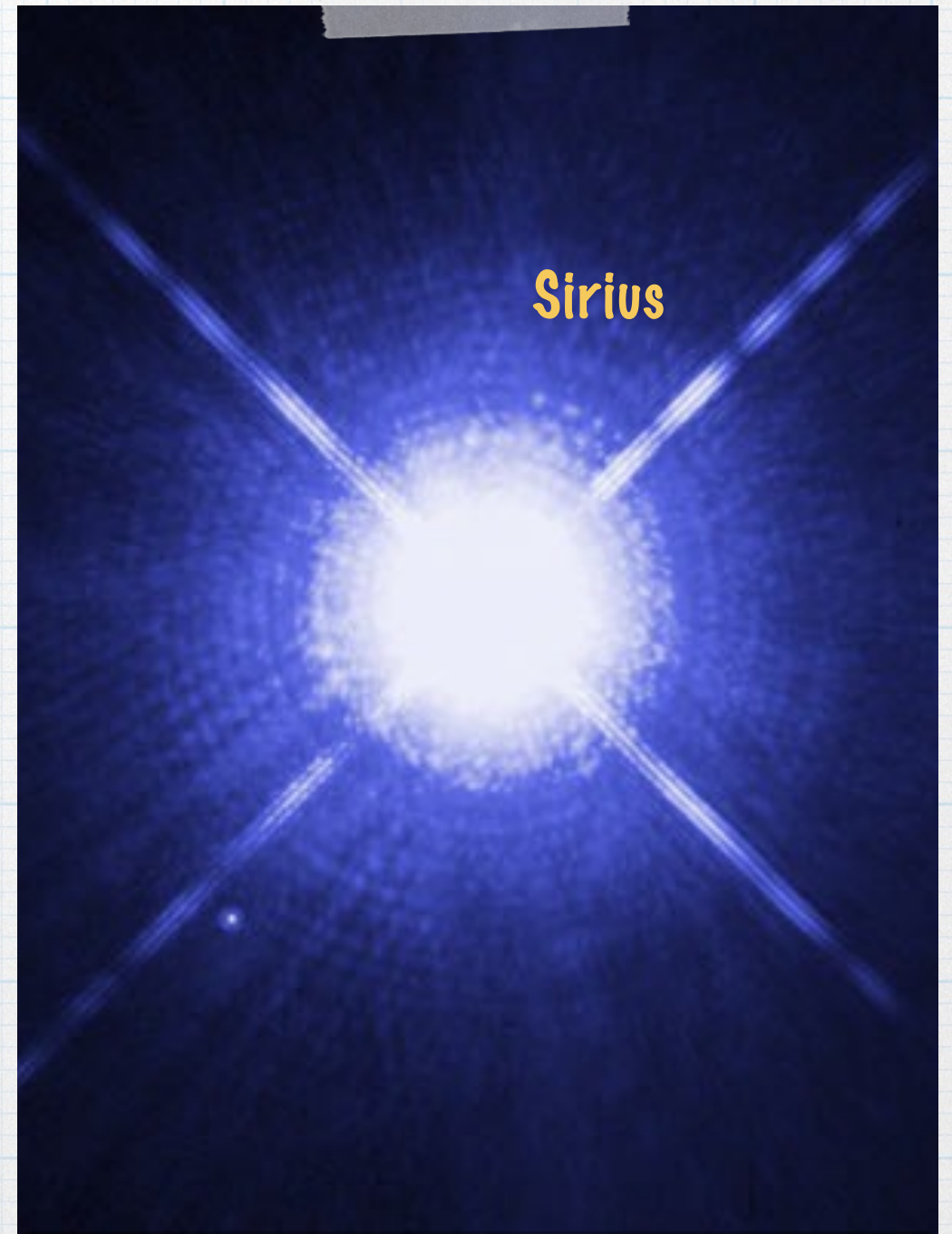
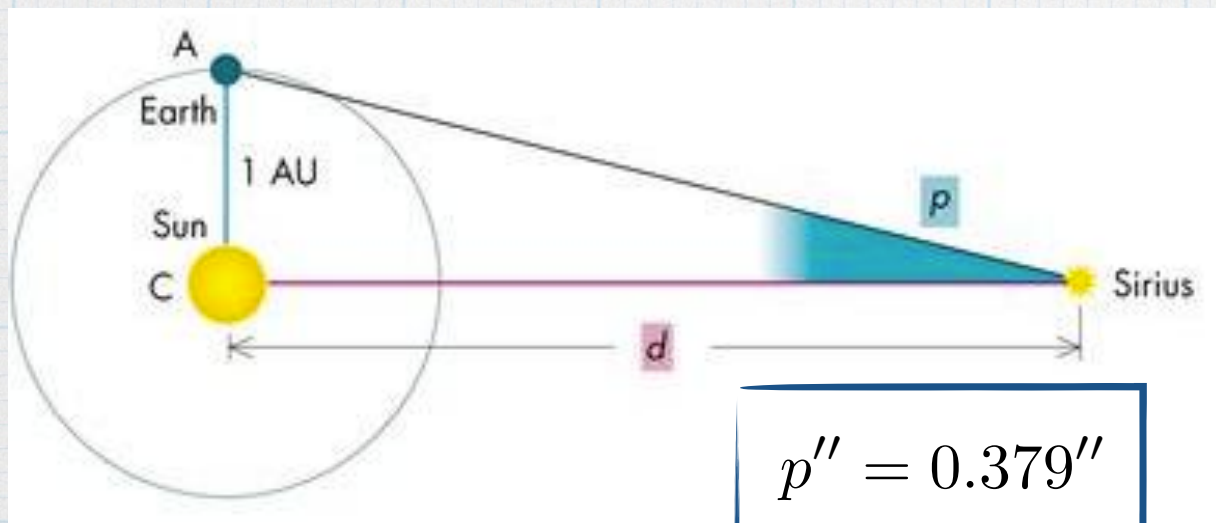


Descoberta de Sirius B

- * (1838) Friedrich Wilhelm Bessel usou a técnica de paralaxe para determinar a distância a 61 Cygni.
- * Usou a mesma técnica para a estrela **Sirius** (mais brilhante no céu).

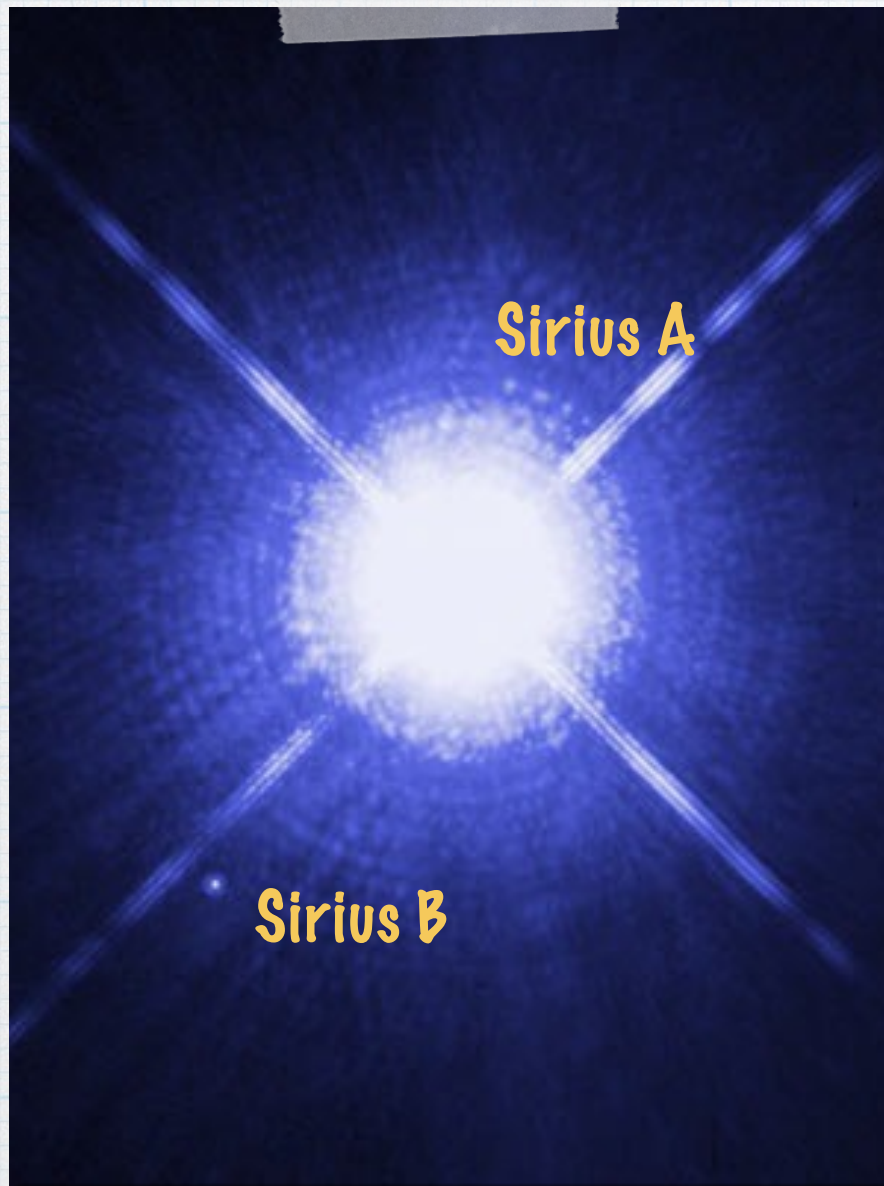
Paralaxe Estelar

$$d = \frac{1}{p''} \text{ pc}$$



$$d = 2.64 \text{ pc} = 8.61 \text{ anos-luz}$$

Descoberta de Sirius B



- * Após 10 anos, Bessel descobriu que Sirius era um **sistema binário**.

$$T_{\text{orbital}} = 49.9 \text{ anos}$$

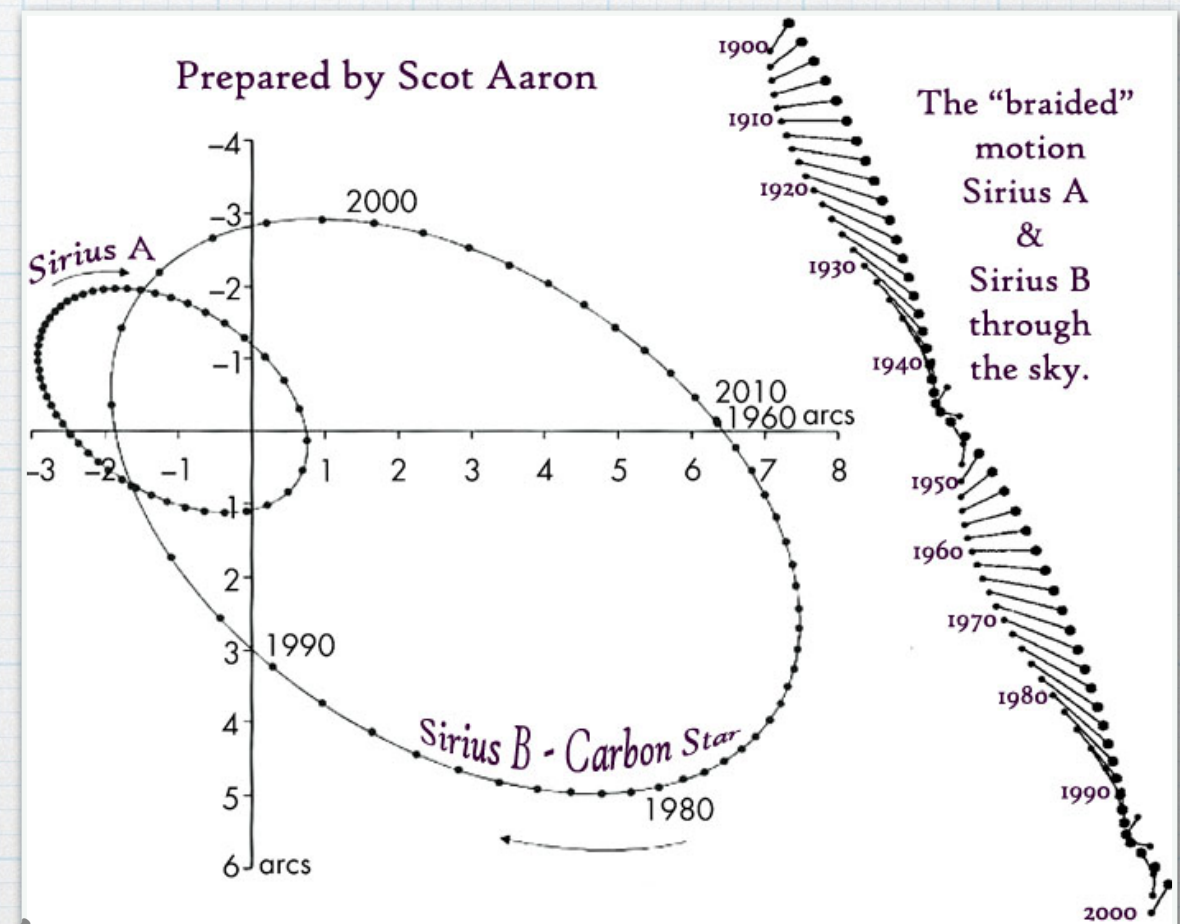
- * (1862) Alvan Graham Clark descobriu **Sirius B** na posição prevista.

$$M_A = 2.3M_{\odot}$$

$$L_A = 23.5L_{\odot}$$

$$M_B = 1.0M_{\odot}$$

$$L_B = 0.03L_{\odot}$$



Descoberta de Sirius B

- * (1915) Walter Adams descobriu que Sirius B é uma **estrela azul-branca**, que emite maior parte da energia no ultravioleta.

Lei de deslocamento de Wien

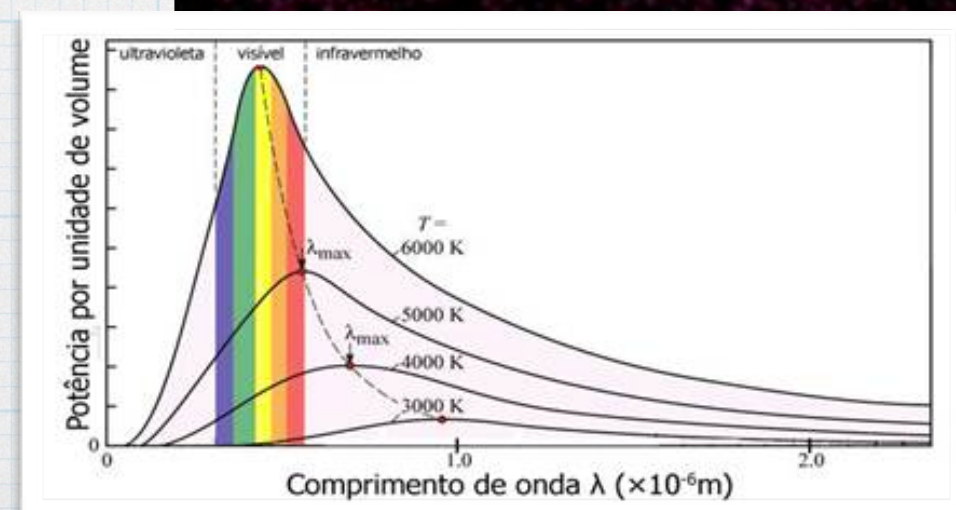
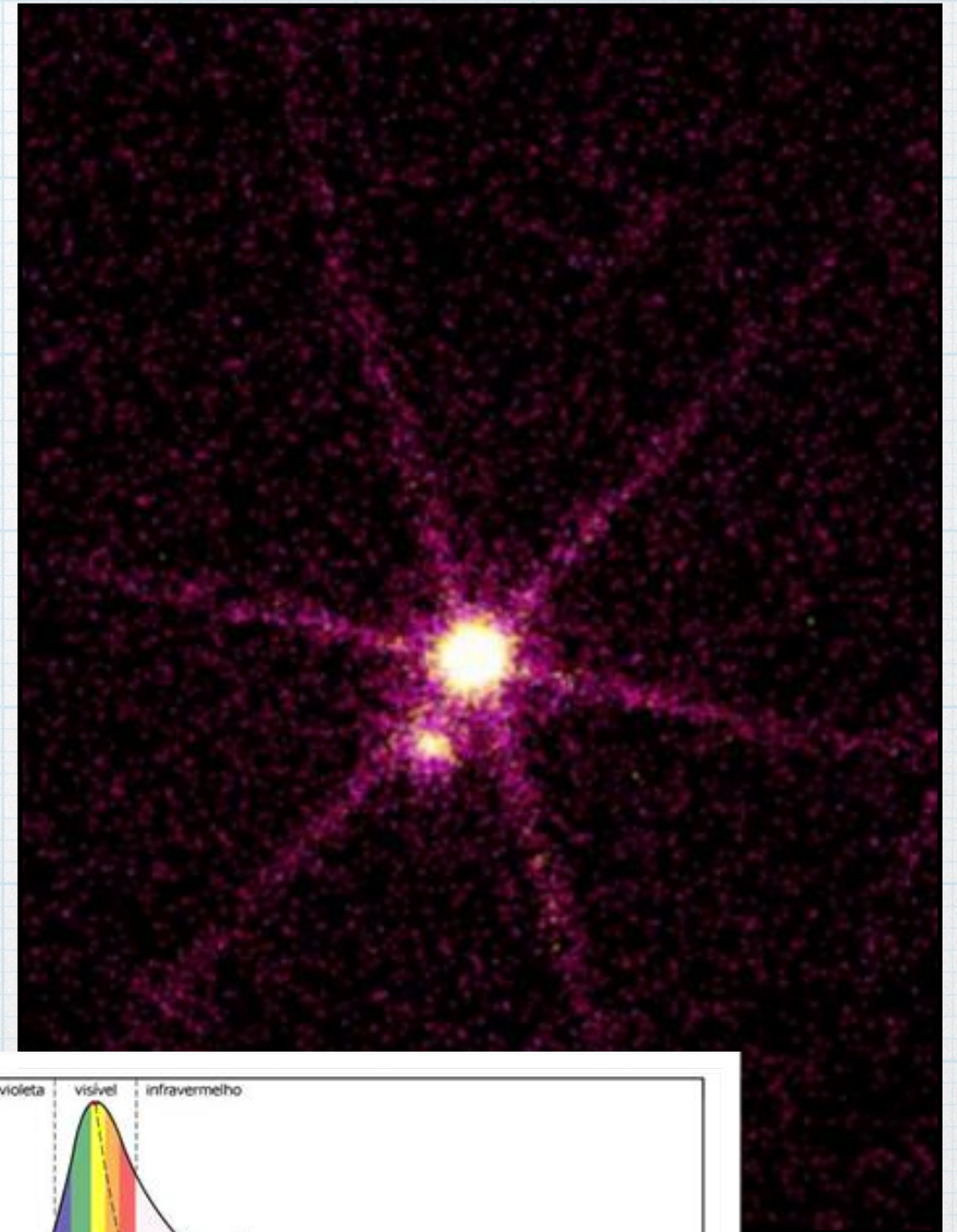
$$\lambda_{\max} T = 0.002897755 \text{ m K}$$

$$T_B = 27\,000 \text{ K} \quad T_A = 9\,910 \text{ K}$$

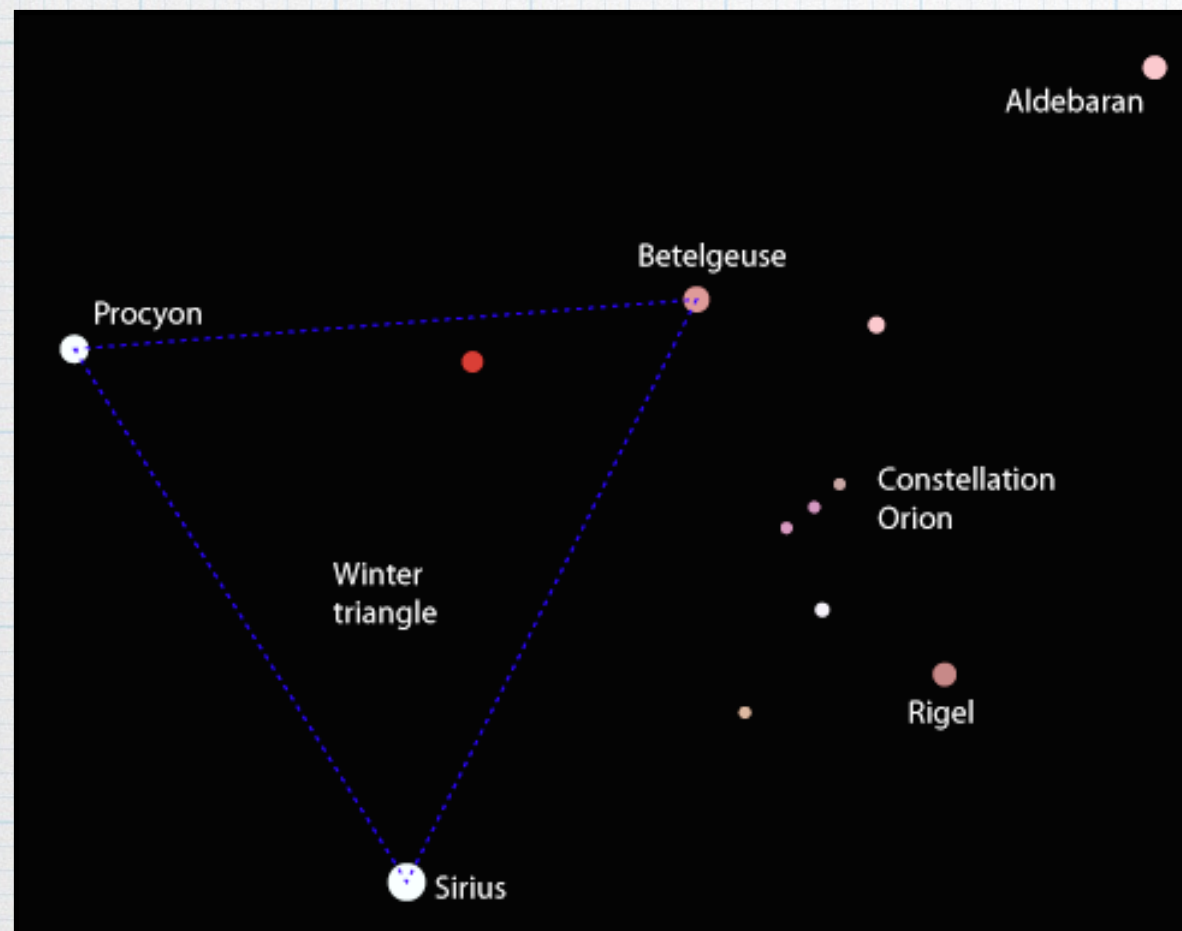
Lei de Stefan-Boltzmann

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$$

$$R_B = 0.008 R_{\odot}$$



Descoberta de Sirius B



- * Sirius B tem a massa do Sol confinada dentro de um volume menor que a Terra.

$$M_B = 1.0M_{\odot} \quad R_B = 0.008 R_{\odot}$$

- * A densidade média de Sirius B é

$$\bar{\rho} = 3.0 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$$

- * A gravidade na superfície é

$$g = 4.6 \times 10^6 \text{ m s}^{-2}$$

- * Uma colher de chá de seu material seria equivalente a



16 ton

Equilíbrio Hidrostático

- * A pressão interna equilibra a força gravitacional ao longo da estrela.

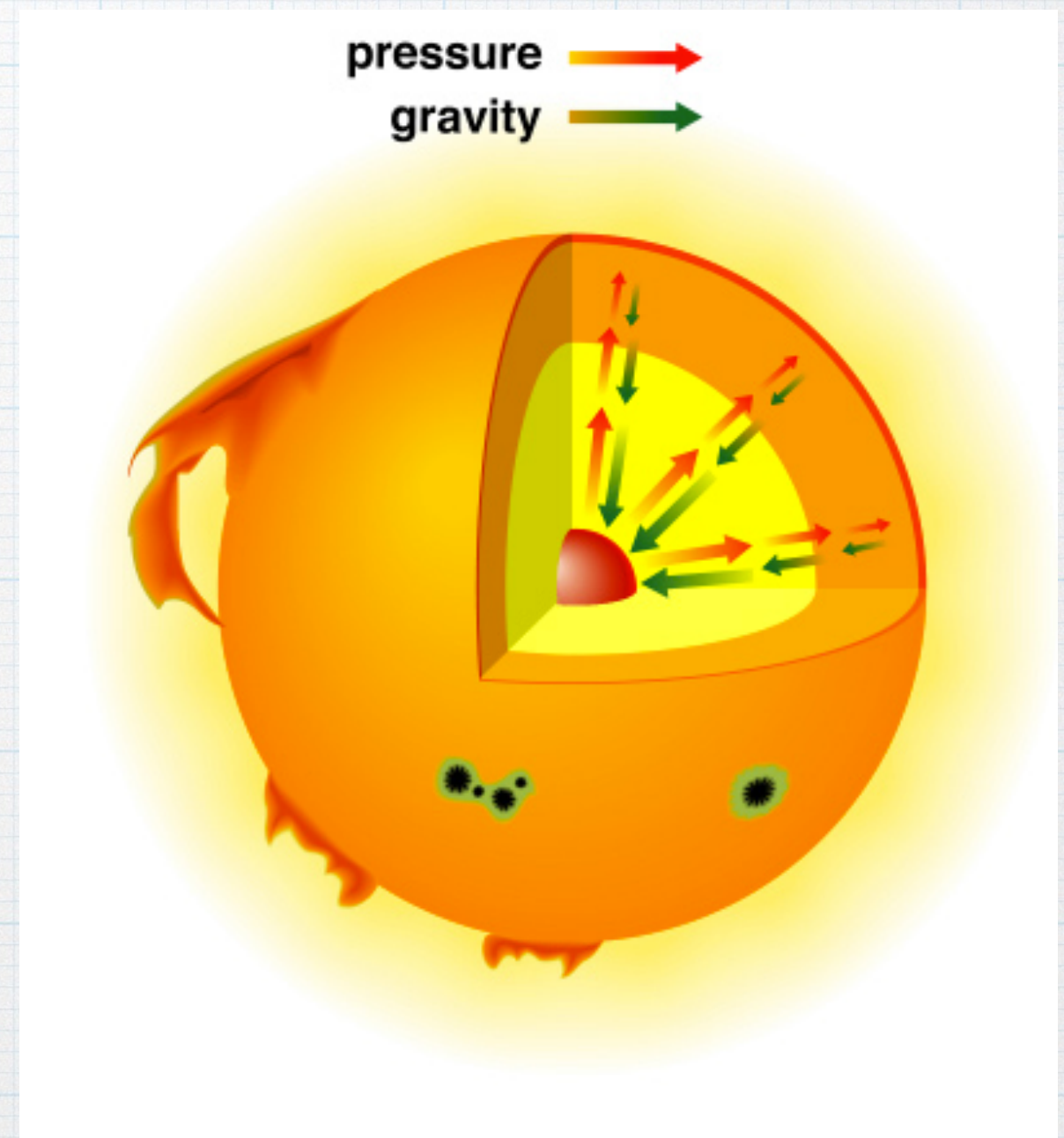
Equação de Eq. Hidrostático

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r \rho}{r^2} = -\rho g$$

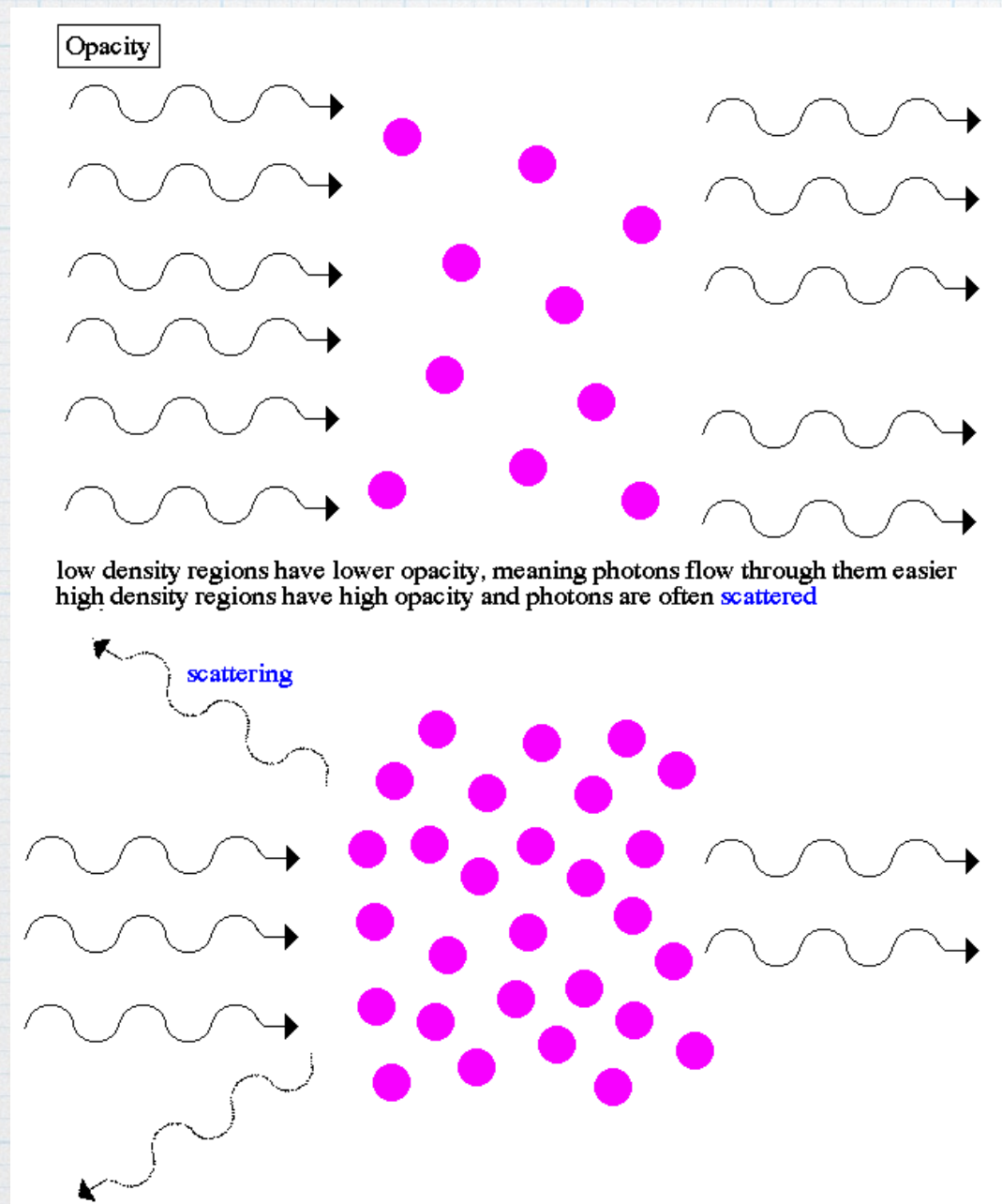
- * Para um modelo de densidade constante, tem-se

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 (R^2 - r^2)$$

$$P_c \approx \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{\text{wd}}^2 \approx 3.8 \times 10^{22} \text{ N m}^{-2}$$



Gradiente de Temperatura Radiativo



- * O gradiente de temperatura depende da opacidade do meio, sendo proporcional ao fluxo radiante.

Gradiente de Temp. Radiativo

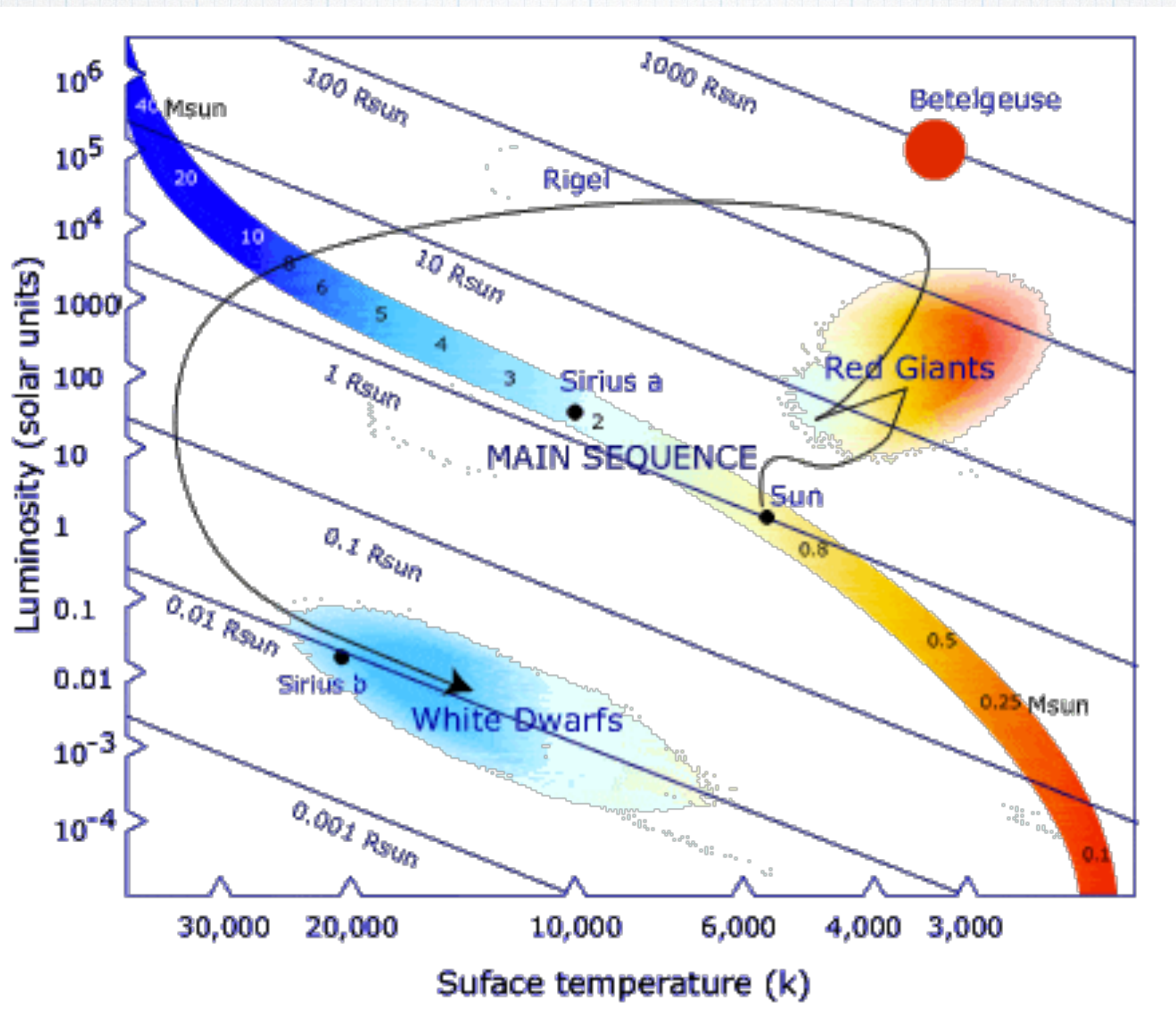
$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

- * para espalhamento de elétrons

$$\bar{\kappa} = 0.02 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$$

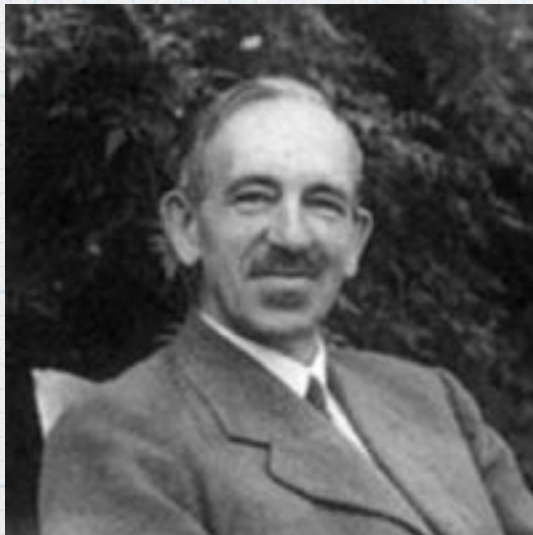
$$T_c \approx \left[\frac{3\bar{\kappa} \rho}{4ac} \frac{L_{\text{wd}}}{4\pi R_{\text{wd}}} \right]^{1/4} \approx 7.6 \times 10^7 \text{ K}$$

Diagrama Hertzsprung-Russell



A Física da Matéria Degenerada

- * O que pode sustentar uma anã branca contra a ação da gravidade?
- * Gás normal e radiação não são capazes de sustentar tamanha pressão.
- * (1926) Sir Ralph Howard Fowler aplica a nova idéia de **Princípio de Exclusão de Pauli** para elétrons dentro da anã branca.

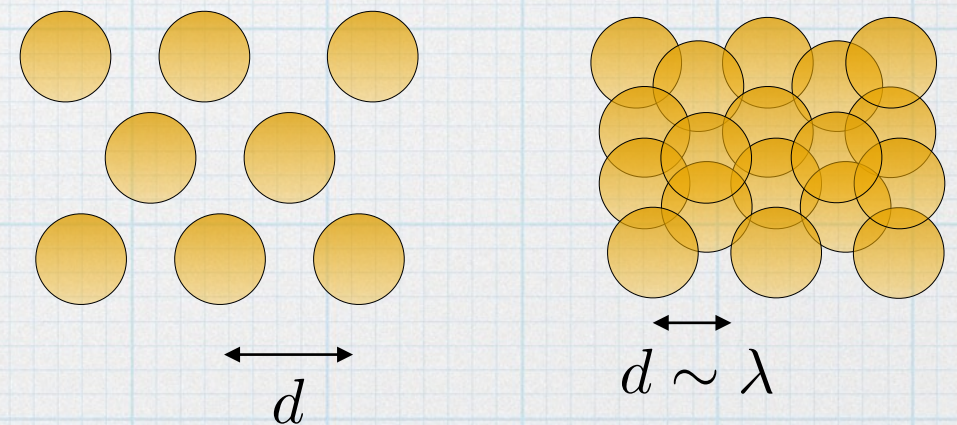
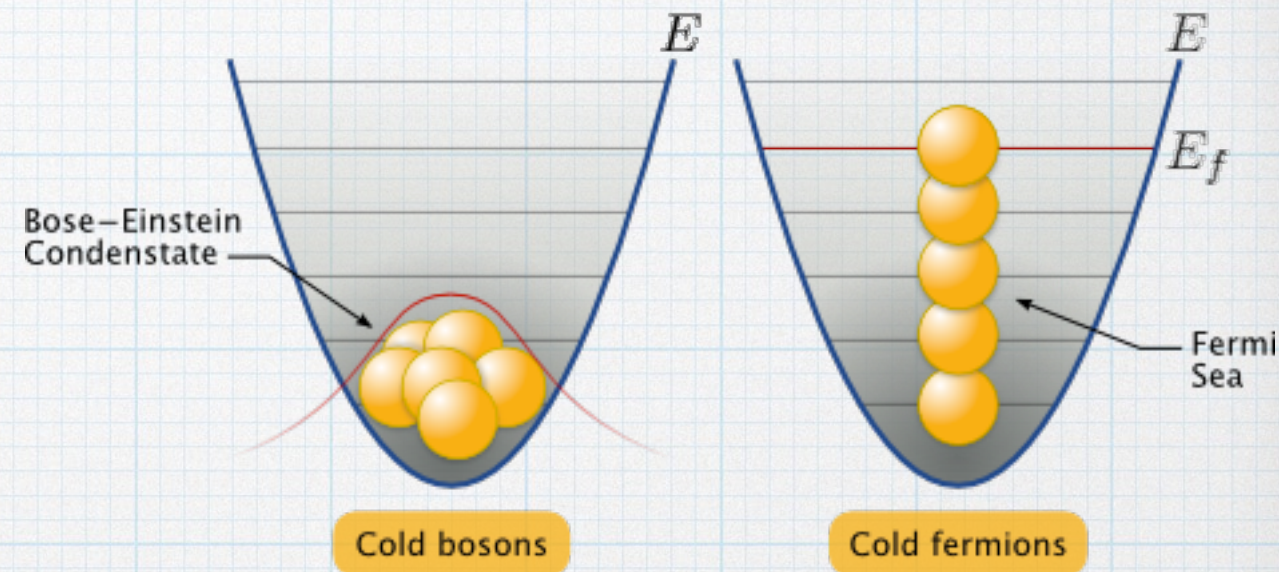


Princípio de Exclusão de Pauli

- * Qualquer sistema - um átomo de H, fótons de corpo negro numa cavidade, ou uma caixa preenchida de partículas - consiste de estados quânticos identificados por seus números quânticos.
- * Uma caixa de gás de partículas está preenchida com ondas de de Broglie estacionárias.
- * Se as partículas do gás forem férmions (como elétrons ou neutrons), então

Princípio de Exclusão de Pauli

Não mais que um férmion deve ocupar o mesmo estado quântico, pois não podem ter os mesmos números quânticos.

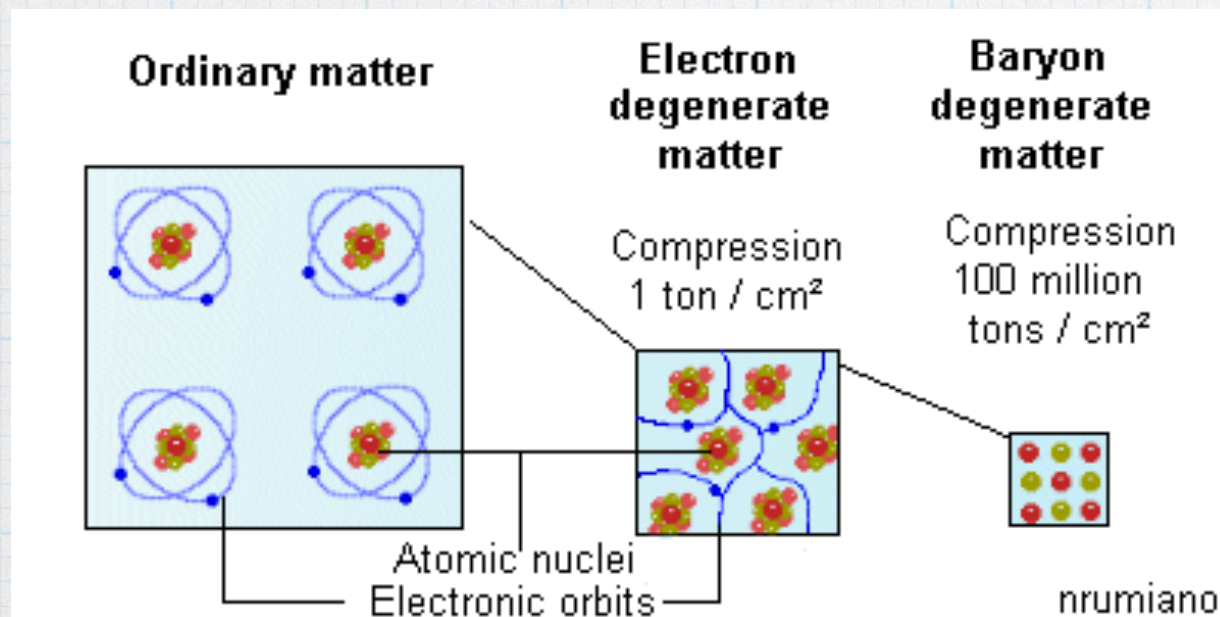
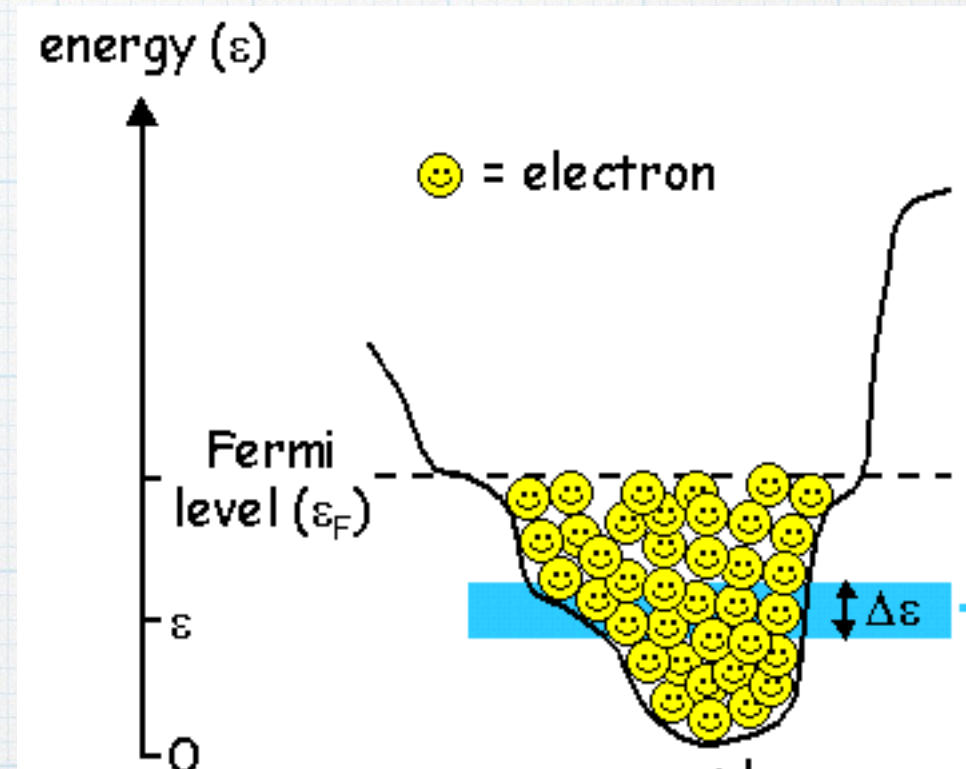


Degenerescência de Elétrons

- * A energia máxima de qualquer elétron num gás completamente degenerado é conhecida como energia de Fermi.

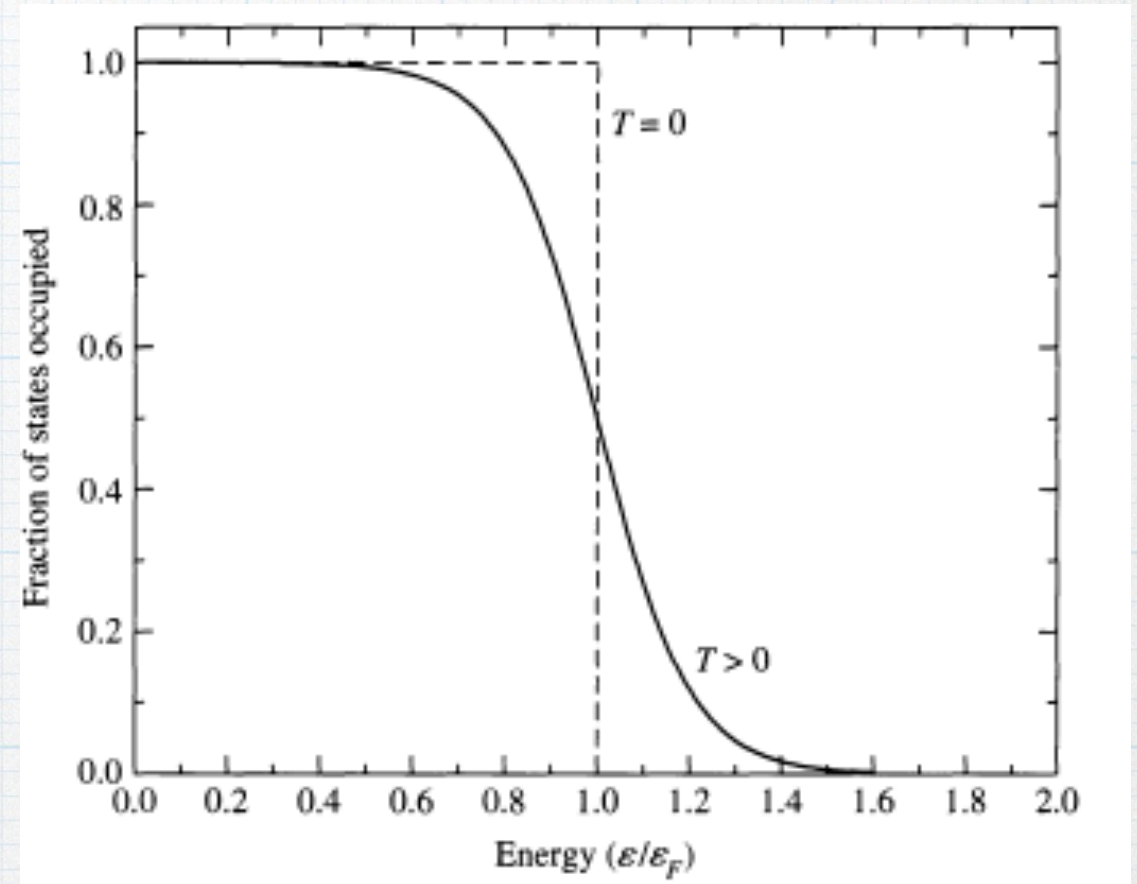
Energia de Fermi

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$



Condição para Degenerescência

- * Em temperatura **acima do zero absoluto**, alguns estado abaixo da energia de Fermi estarão desocupados.
- * Elétrons usam **energia térmica** para ocupar estados mais energéticos.
- * Se a **energia térmica for menor que a energia de Fermi**, elétrons não irão para os estados desocupados.



$$\frac{3}{2}kT < \frac{\hbar^2}{2m_e} \left[3\pi^2 \left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{2/3}$$

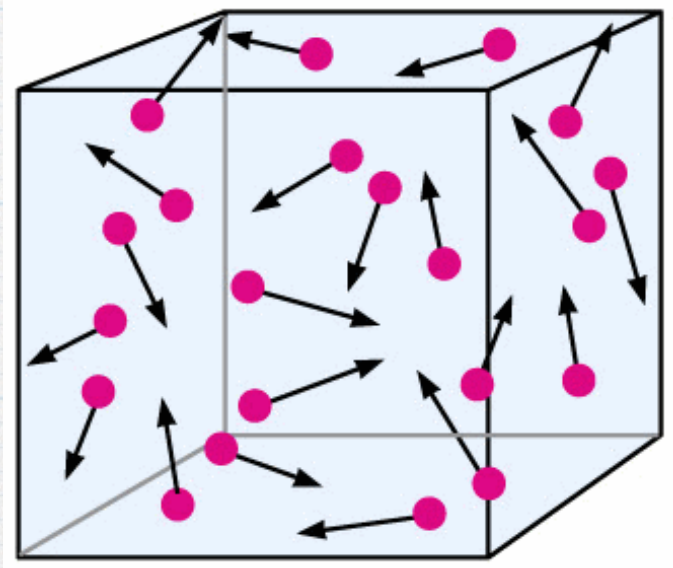
Condição de Degenerescência

$$\frac{T}{\rho^{2/3}} < \mathcal{D} \equiv 1261 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3}$$

$$\frac{T_c}{\rho_c^{2/3}} = 5500 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3} > \mathcal{D} \quad \text{Sol}$$

$$\frac{T_c}{\rho_c^{2/3}} = 37 \text{ K m}^2 \text{ kg}^{-2/3} \ll \mathcal{D} \quad \text{Sirius B}$$

Pressão de Degenerescência



Pressão de Degenerescência

$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

- * Se todos os elétrons tivessem o mesmo momentum

$$P \approx \frac{1}{3} n_e p v$$

- * Momentum de Fermi

$$p \approx \sqrt{3} \hbar \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{1/3}$$

- * Usando $Z/A = 0.5$ para anã branca de carbono e oxigênio

$$P = 1.9 \times 10^{22} \text{ N m}^{-2}$$

- * Pressão de degenerescência de elétrons é responsável por manter o equilíbrio hidrostático numa anã branca.

Limite de Chandrasekhar

- * (1931) Subrahmanyan Chandrasekhar anunciou a descoberta que **há uma massa máxima para anãs brancas**.



- * A pressão central deve ser igual a pressão de degenerescência de elétrons

$$\frac{2}{3}\pi G \rho^2 R_{\text{wd}}^2 = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

- * Que implica numa relação entre massa e volume.

Relação Massa-Volume

$$M_{\text{wd}} V_{\text{wd}} = \text{constante}$$

Instabilidade Dinâmica e o Limite

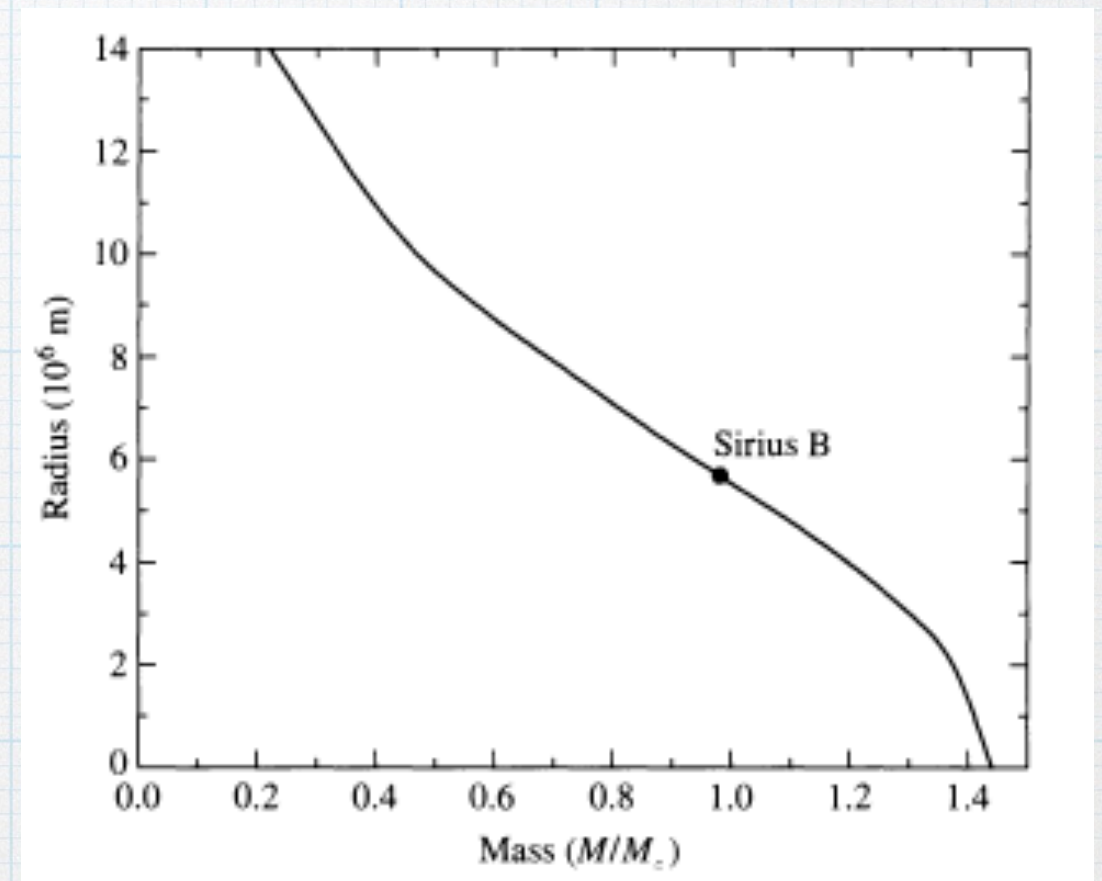
- * No limite relativístico extremos, a velocidade dos elétrons é a da luz.

$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left[\left(\frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{4/3}$$

- * O expoente $4/3$ gera instabilidade na estrela, fazendo com que a gravidade vença!

Limite de Chandrasekhar

$$M_{\text{ch}} = \frac{\omega_3^0 \sqrt{3\pi}}{2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{(Z/A)^2}{m_H^2} \approx 1.44 M_{\odot}$$

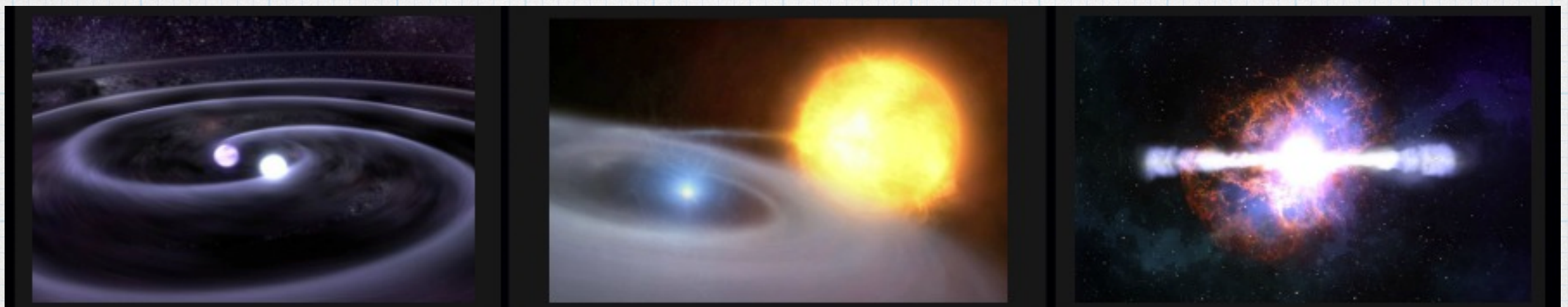


Massa de Ignição e Supernovas

- * **Fusão Nuclear** depende da densidade e temperatura locais.
- * Quanto maior a massa da anã branca, maior será a **temperatura e a densidade centrais**.
- * A massa de ignição é aquela na qual a fusão do combustível terá início.
- * **Supernova Tipo Ia**

Fuel	$T_{\text{ign}}/10^9(\text{K})$	Ashes	$q(\text{erg/g fuel})$
^{12}C	0.8	$^{20}\text{Ne}, ^{24}\text{Mg}, ^{16}\text{O}, ^{23}\text{Na}, ^{25,26}\text{Mg}$	5×10^{17}
^{16}O	2	$^{28}\text{Si}, ^{32}\text{Si}, \dots$	5×10^{17}

M/M_{Ch}	$T_{\text{max}}/10^9(\text{K})$	M/M_{Ch}	$T_{\text{max}}/10^9(\text{K})$
0.986	3.43	0.794	0.929
0.966	2.17	0.501	0.399
0.891	1.25	0.1	0.0392





Obrigado!