Universidade Federal do Rio de Janeiro | Instituto de Física

Física II | 2018/1

Lista 7 - Ondas

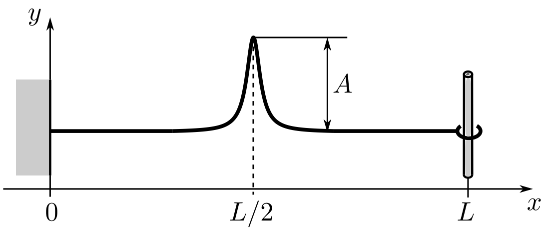
Prof. Elvis Soares

1. A equação da onda unidimensional é escrita como

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0,$$

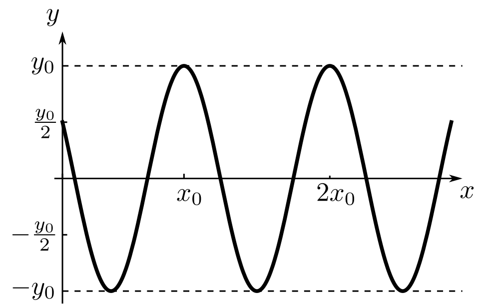
com v sendo a velocidade de propagação da onda. (a) Mostre que $y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$ é solução geral da equação de onda. (b) Identifique qual das soluções descreve um pulso que se propaga para a direita e qual se propaga para a esquerda.

2. Uma corda homogênea e inextensível de comprimento L e de densidade linear μ_0 é tensionada por uma força de tensão T_0 nas suas duas extremidades. A extremidade em $x = 0$ é FIXA a uma parede, enquanto a extremidade em $x = L$ é LIVRE para se mover sobre uma coluna vertical. No instante inicial ($t = 0$), um pulso é liberado do repouso no centro da corda, cujo perfil é dado por $y_0(x)$ conforme ilustra a figura a seguir.



(a) Determine a velocidade de propagação v de uma onda nessa corda. (b) Usando a solução geral da eq. de onda para a propagação desse pulso, determine a relação entre as funções f e g e a função perfil $y_0(x)$ utilizando as condições iniciais apropriadas. (c) Desenhe o perfil da onda em $t = L/4v$, em $t = 3L/4v$ e em $t = L/v$ representando explicitamente sua amplitude e a posição dos picos.

3. Uma onda harmônica progressiva se propaga para a esquerda com velocidade v, e seu perfil inicial em $t = 0$ é dado pela figura abaixo.



(a) Determine o comprimento de onda λ e o número de onda k. (b) Determine a frequência ω de oscilação. (c) Escreva a solução harmônica $y(x,t) = A\cos(kx + \omega t + \phi)$ para a propagação dessa onda e determine os parâmetros relevantes.

4. Duas ondas progressivas se propagam da esquerda para direita com amplitudes A_1 e A_2, com a mesma frequência ω e mesmo número de onda k. A diferença de fase entre as ondas é de ϕ. (a) Escrevendo a onda resultante como $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$, determine o valor de A. (b) Faça um gráfico de A^2 como função de ϕ de 0 a 2π. (c) Determine o menor valor de ϕ para que a interferência entre as ondas seja construtiva. (d) Determine o menor valor de ϕ para que a interferência entre as ondas seja destrutiva.

5. Para uma corda de comprimento L fixa em ambas as extremidades, a equação de uma onda estacionária é

$$y_n(x,t) = A_n \operatorname{sen}(n\pi x/L) \cos \omega_n t$$

onde $n = 1, 2, 3, \ldots$ represente a ordem do harmônico. (a) Mostre que a onda harmônica pode ser escrita como a superposição de duas ondas, uma viajando para a direita e outra viajando para a esquerda, e determine a diferença de fase entre elas. (b) Identifique as condições de contorno para as extremidades da corda.

6. Um fio de massa m e comprimento L está submetido a uma força de tensão cujo módulo é T. (a) Determine a densidade linear de massa μ. (b) Determine a velocidade de propagação v de uma onda transversal nesse fio. (c) Determine o comprimento de onda λ_n do n-ésimo modo normal desse fio. (d) Determine a frequência de oscilação f_n do n-ésimo modo normal desse fio. (e) Desenho os 3 primeiros modos normais desse fio.

Moysés: 5.1, 5.3, 5.4, 5.7, 5.9