Universidade Federal do Rio de Janeiro — Instituto de Física

Física I — IGM1 — 2014/1

Cap. 4 - Princípios da Dinâmica e suas Aplicações

Prof. Elvis Soares

1 Leis de Newton

Primeira Lei de Newton: Um corpo permanece em repouso ou com velocidade constante (aceleração nula) quando isolado, isto é, quando a força total sobre ele é nula. Ou seja,

$$\vec{a} = 0 \quad \text{quando} \quad \vec{F} = 0 \tag{1}$$

Segunda Lei de Newton: A força total sobre um corpo é a responsável pela sua aceleração, de modo que é o produto da massa do corpo vezes a aceleração:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{2}$$

Terceira Lei de Newton: Quando dois corpos interagem, a força $\vec{F}_{AB}$ que o corpo B faz sobre A, é igual e oposta à força $\vec{F}_{BA}$ que o corpo A faz sobre B:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \tag{3}$$

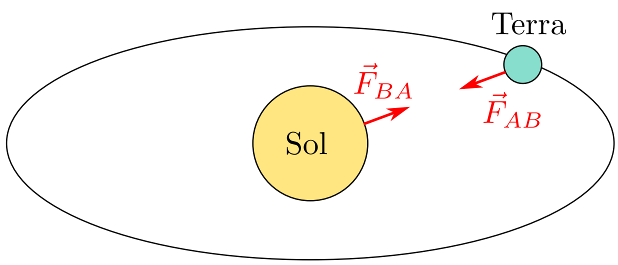


Figura 1: Um exemplo de par ação-reação, onde podemos notar que as forças não se cancelam pois agem em corpos diferentes.

As duas primeiras leis são válidas somente quando observadas em referenciais não-acelerados. De fato, quando estamos fazendo uma curva com um automóvel sentimos uma aceleração para fora da curva, sem que exista uma força agindo sobre nós, pois o próprio referencial (o carro) é um referencial acelerado.

2 Aplicações das Leis de Newton

2.1 Equilíbrio de uma Partícula

Para permanecer em equilíbrio, a **força resultante** que atua sobre uma partícula deve ser **nula** (Primeira Lei de Newton).

$$\vec{F}_R = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum F_x = 0,\ \sum F_y = 0 \text{ e } \sum F_z = 0 \tag{4}$$

Exemplo: Corpo Suspenso

Vamos considerar o problema de um bloco suspenso por dois fios (inextensíveis e com massas desprezíveis) presos ao teto, de modo a determinar a tensão sofrida por cada um desses fios, como mostra figura abaixo.

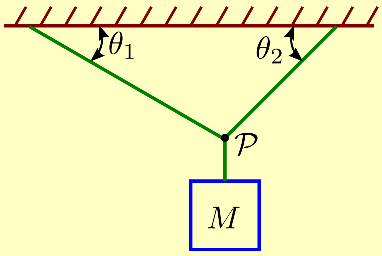
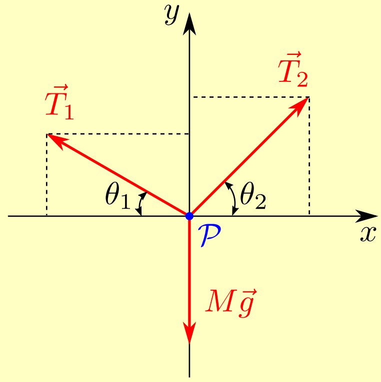


Diagrama de Forças



A soma das forças que atuam no ponto $\mathcal{P}$, o qual está em repouso, é obtida por

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + M\vec{g} = 0$$

que em termos de componentes, com a ajuda do diagrama de forças, podemos escrever

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad -T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad +T_1 \operatorname{sen}\theta_1 + T_2 \operatorname{sen}\theta_2 - Mg = 0$$

Da primeira equação podemos tirar uma relação entre T_2 e T_1:

$$\boxed{T_2 = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} T_1}$$

e usando esse resultado na segunda equação, teremos:

$$\boxed{T_1 = \frac{Mg}{\operatorname{sen}\theta_1 + \cos\theta_1 \operatorname{tg}\theta_2}}$$

Obs: Para $\theta_1 = \theta_2$, temos

$$T_1 = T_2$$

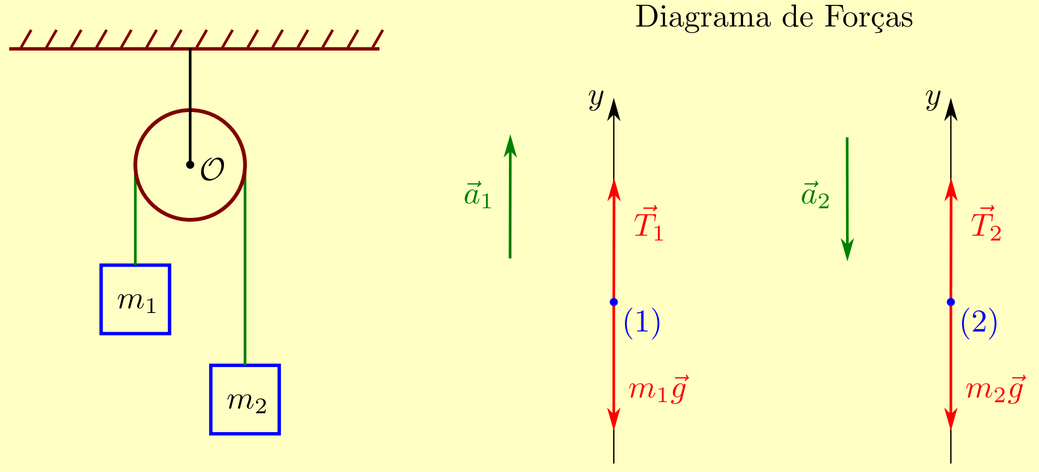
2.2 Dinâmica de uma Partícula

A **força resultante** sobre uma partícula é igual ao **produto** da sua **massa** pela **aceleração** impressa. (Segunda Lei de Newton).

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \sum F_x = ma_x, \; \sum F_y = ma_y \text{ e } \sum F_z = ma_z \tag{5}$$

Exemplo: Máquina de Atwood

Vamos considerar o problema de dois blocos suspenso por um fio (inextensível e com massa desprezível) que passa por uma roldana presa ao teto, de modo a determinar as acelerações dos blocos e a tensão sofrida pelo fio, como mostra figura abaixo.



As somas das forças que atuam sobre cada bloco, os quais estão acelerados, são obtidas por

$$\sum \vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}_1$$
$$\sum \vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2$$

Além disso, sabemos que $a_1 = a_2 = a$ pois o fio é inextensível, e que $T_1 = T_2 = T$ pois o fio possui massa desprezível. Assim, podemos escrever as equações acima em termos de componentes cartesianas $\sum F_y = ma_y$, como

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$T - m_2 g = m_2(-a)$$

subtraindo uma equação da outra, obtemos

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$

$$\boxed{a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g}$$

De fato, se $m_2 > m_1$, temos $a > 0$ e a aceleração está no sentido indicado da figura, enquanto que se $m_1 > m_2$, temos $a < 0$ e a aceleração aponta no sentido contrário.
Além disso, levando esse resultado de a em uma das equações, temos

$$\boxed{T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g}$$

Note que a tração no fio não é igual ao peso, isso se deve ao fato de existir um movimento acelerado que requer uma força resultante agindo sobre os blocos.

3 Forças de Atrito

Uma força de contato que atua sempre que dois corpos entram em contato e há tendência de deslizamento. É gerada pela rugosidade das superfícies dos corpos, conforme figura abaixo.

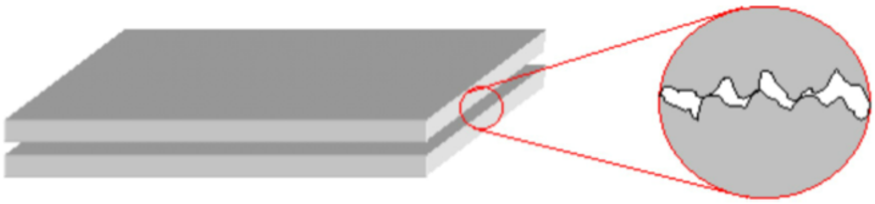


Figura 2: Um exemplo de contato entre superfícies e a origem do atrito.

A força de atrito é sempre paralela às superfícies em interação e contrária ao movimento relativo entre elas.

3.1 Atrito Estático

Impede o movimento do objeto até um valor máximo de força resultante aplicada sobre o mesmo.

$$\boxed{f_{\text{at}_e} \leq \mu_e N} \tag{6}$$

3.2 Atrito Cinético

Atua durante o deslizamento do corpo sobre a superfície.

$$\boxed{f_{\text{at}_c} = \mu_c N} \tag{7}$$

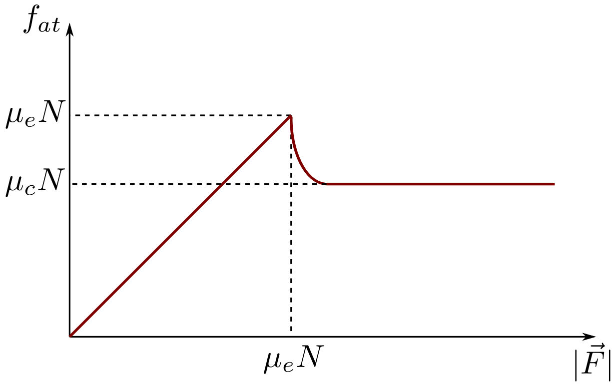
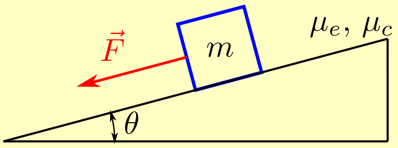
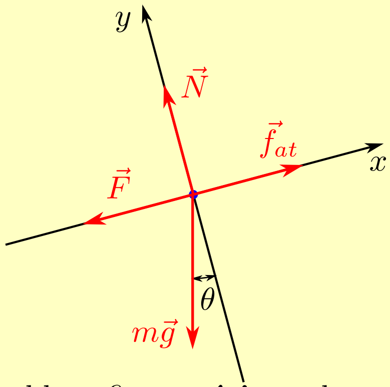


Figura 3: O módulo da força de atrito em função do módulo da força resultante aplicada sobre o corpo.

Exemplo: Plano Inclinado

Consideremos um bloco sobre um plano inclinado com atrito. Os coeficientes de atrito estático e cinético são, respectivamente, μ_e e μ_c.





Vamos considerar primeiramente o caso em que o bloco fica **estático** sobre o plano innclinado, tal que F não induz deslizamento sobre a superfície.

$$\sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{f}_{at} + m\vec{g} = 0$$

que em termos de componentes, com a ajuda do diagrama de forças, podemos escrever

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{at} - F - mg \operatorname{sen} \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N - mg \cos \theta = 0$$

Assim, a força de atrito estático é dada por

$$f_{at} = F + mg \operatorname{sen} \theta$$

e lembrando que $f_{at_e} \leq \mu_e N$, podemos escrever

$$F + mg \operatorname{sen} \theta \leq \mu_e (mg \cos \theta)$$

E assim, a força F deve obedecer a seguinte condição *para que o bloco não delize sobre a superfície.*

$$\boxed{F \leq mg(\mu_e \cos \theta - \operatorname{sen} \theta)}$$

Agora, vamos estudar o caso em que o bloco desce com **velocidade constante** o plano inclinado. Dessa forma, as equações de dinâmica são idênticas as anteriores.
Assim, a força de atrito cinético é dada também pela equação

$$f_{at} = F + mg \operatorname{sen} \theta$$

e lembrando que no caso de atrito cinético, tem-se $f_{at_c} = \mu_c N$, podemos escrever

$$F + mg \operatorname{sen} \theta = \mu_c (mg \cos \theta)$$

E portanto, a força F deve obedecer a seguinte condição *para que o bloco deslize sobre a superfície com velocidade constante.*

$$\boxed{F = mg(\mu_c \cos \theta - \operatorname{sen} \theta)}$$

4 Dinâmica do Movimento Circular

Sabemos que durante um movimento circular, uma partícula possui aceleração que aponta para o centro da trajetória, que é a famosa aceleração centrípeta

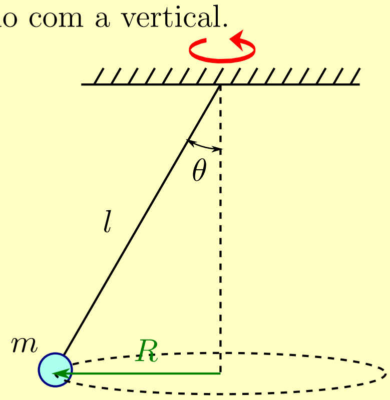
$$\vec{a}_c = \omega^2 R(-\hat{r})$$

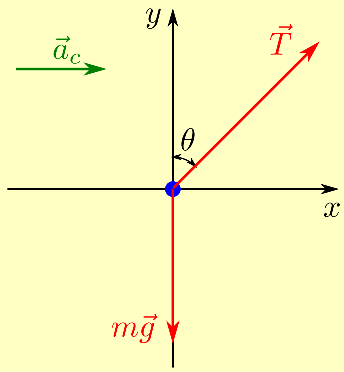
E de acordo coma a Segunda Lei de Newton, toda aceleração tem origem devido as forças que atuam no corpo durante o movimento, de modo que na direção radial num movimento circular devemos ter

$$\boxed{\sum F_r = ma_c}$$

Exemplo: Pêndulo cônico

Consideremos um corpo de massa m preso a um fio fixo no teto e posto a girar, como mostra a figura abaixo. Vamos obter uma relação entre a velocidade angular de rotação e o ângulo θ do fio com a vertical.





A força resultante sobre o corpo é

$$\sum \vec{F} = \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_c$$

usando o diagrama de forças, podemos decompor as forças na forma

$$\sum F_x = ma \quad \Rightarrow \quad T \operatorname{sen}\theta = ma_c$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos\theta - mg = 0$$

Divindo uma equação pela outra temos uma relação entre a aceleração centrípeta e o ângulo θ, então $\operatorname{tg}\theta = \dfrac{a_c}{g} = \dfrac{\omega^2 R}{g}$ onde usamos que $a_c = \omega^2 R$, e olhando a figura podemos perceber que $R = l \operatorname{sen}\theta$, de modo que podemos escrever:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}}$$